

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề gồm có 06 trang)

Mã đề
1001

Họ và tên: Lớp:
Số báo danh:

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời trên phiếu trắc nghiệm từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu của M lên trục Ox .

- A. $(2;0;0)$. B. $(0;2;3)$. C. $(3;0;0)$. D. $(1;0;0)$.

Câu 2: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 9$ $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là

- A. $u_5 = 243$. B. $u_5 = 81$. C. $u_5 = \frac{1}{9}$. D. $u_5 = \frac{1}{81}$.

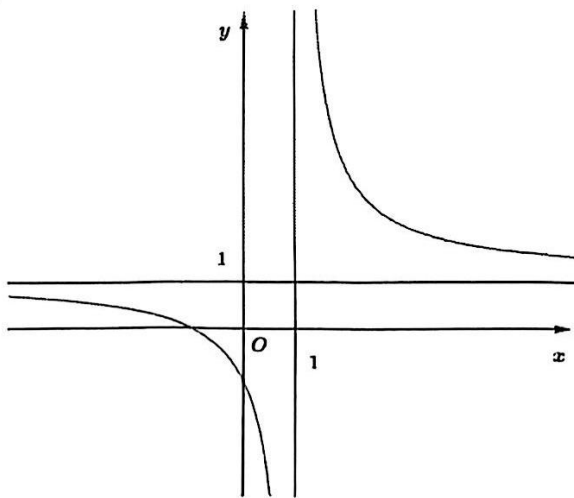
Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(1;0;1)$, $C(5;-3;2)$. Biết rằng $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 2m$. Giá trị của m là

- A. $m = -9$. B. $m = -18$. C. $m = 18$. D. $m = 9$.

Câu 4: Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a^2})$ là

- A. $a^{\frac{5}{3}}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây ?



- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-2}{2x+1}$. D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Câu 6: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

- A. 20. B. 21. C. 18,1. D. 15,25.

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

- A. $S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-3) \leq 2$ chứa bao nhiêu số nguyên?

- A. 7. B. 9. C. 6. D. Vô số.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			22		$-\infty$
			20			

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(0;1)$. B. $(-\infty;22)$. C. $(0;+\infty)$. D. $(2;+\infty)$.

Câu 10: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: cm) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 0,13. B. 0,36. C. 3,39. D. 11,62.

Câu 11: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 12: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu iếm cực đại?

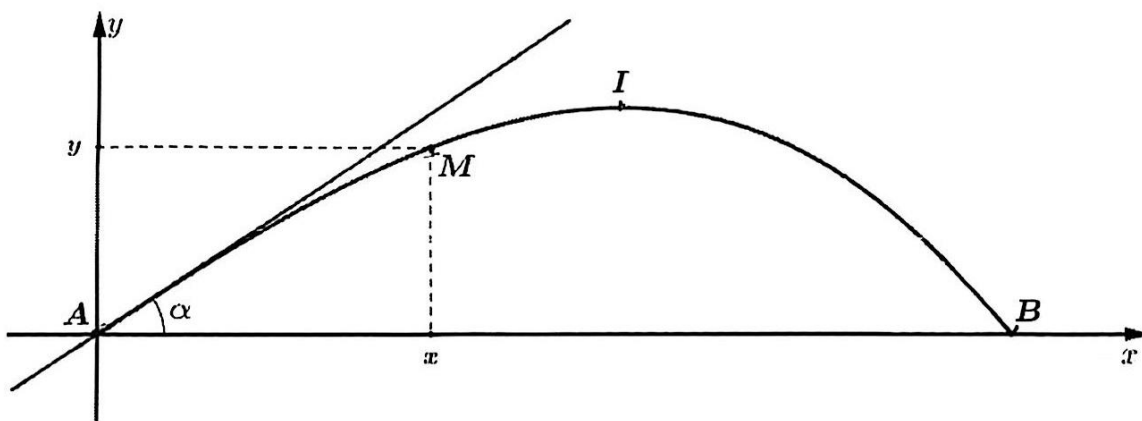
- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời trên phiếu trắc nghiệm từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Một hộp đựng 30 tấm thẻ khác nhau được đánh số từ 1 đến 30. Từ trong hộp đó, người ta lấy ngẫu nhiên ra một tấm thẻ.

- Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 3 bằng $\frac{1}{3}$.
- Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 5 bằng $\frac{1}{5}$.
- Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho cả 3 và 5 bằng $\frac{2}{15}$.
- Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 3 hoặc chia hết cho 5 bằng $\frac{8}{15}$.

Câu 14: Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{135x - x^2 - x^3}{200}$ với $x \geq 0$, trong đó x là khoảng cách theo phương ngang kể từ A , y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB . Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên trục là $10m$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



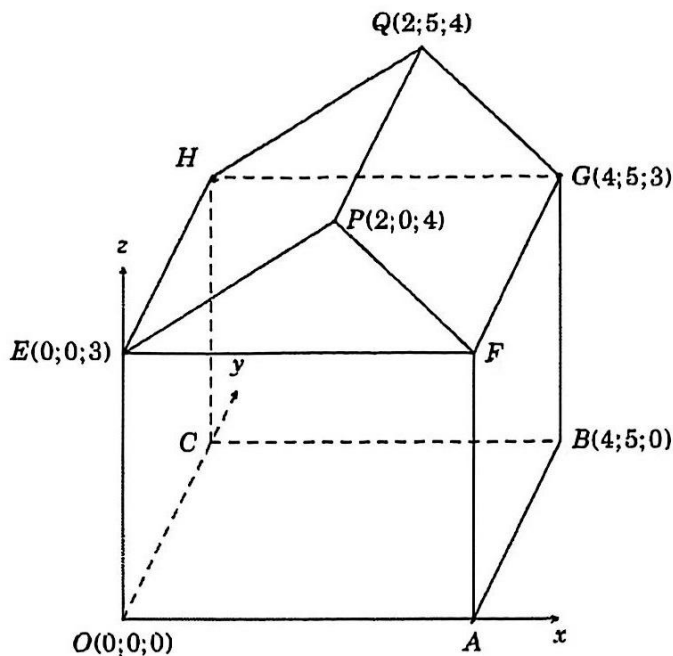
- $AB = 111m$.
- Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \frac{\sqrt{406} - 1}{3}$.
- Tàu lượn đạt độ cao lớn nhất so với phương ngang AB bằng $64m$.
- Tại thời điểm tàu lượn qua A thì chuyển động tức thời của tàu lượn tạo với phương ngang AB một góc $\alpha \approx 34^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 15: Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

- Số phụ nữ tham gia khảo sát của mỗi khu vực A và B là 100 người.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là 15 (tuổi)
- Xét độ tuổi kết hôn trung bình thì phụ nữ ở khu vực A kết hôn sớm hơn phụ nữ ở khu vực B .
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn.

Câu 16: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.

b) Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.

c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng PQ , hai mặt lần lượt là $(PQGF)$ và $(PQHE)$ gọi là góc của mái nhà. Số đo của góc của mái nhà bằng $53,1^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời trên phiếu trắc nghiệm từ câu 17 đến câu 22.

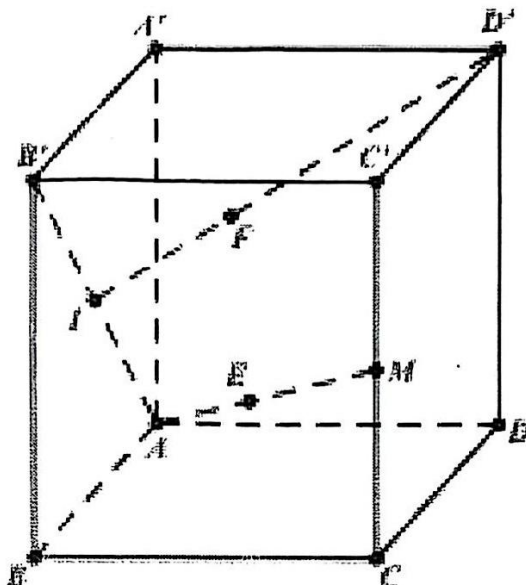
Câu 17: Một mô hình tứ diện $ABCD$ làm bằng khung nhôm có 2 mặt (ACD) và (BCD) vuông góc nhau biết $AC = AD = BC = BD = 3(dm)$, cạnh $CD = a(dm)$. Để cho đẹp người ta muốn 2 mặt (ABC) và (ABD) cũng vuông góc nhau. Hãy tính a . (kết quả làm tròn đến phần trăm)

Câu 18: Lớp mẫu giáo có 10 em bé, các bé đứng thành vòng tròn và cách đều nhau, đứng ở tâm vòng tròn là cô giáo. Mỗi bé cầm hai cờ, một xanh một đỏ trên mỗi tay. Cô giáo bảo “giơ lên cao một cờ”, các bé giơ ngẫu nhiên một cờ. Gọi a là xác suất để không có 4 cờ nào cùng màu được giơ lên ở 4 vị trí mà 4 vị trí ấy là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Giá trị của $\frac{2200}{a}$ bằng bao nhiêu?

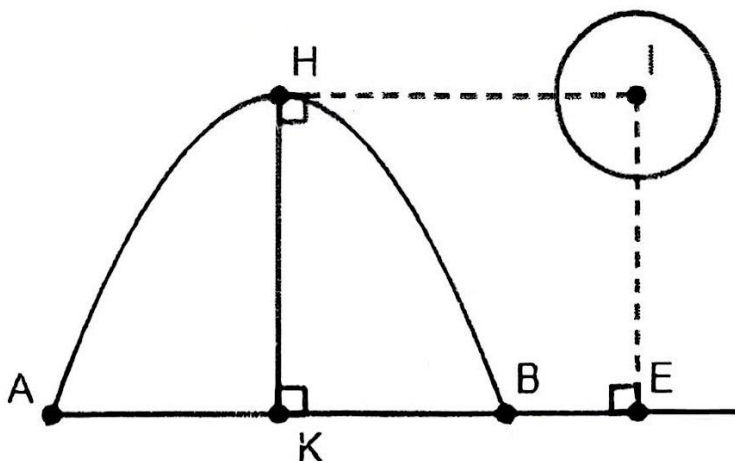
Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax + b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8} \cdot (300M - 20m)$.

Câu 20: Trong căn phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng $5m$, chiều cao của phòng là $6m$, có hai con nhện đang di chuyển trên 2 dây tơ khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng thì con nhện thứ nhất

được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con nhện bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 21: Khi dạo chơi trong một công viên bạn An đi chuyển trên cầu cong có hình Parabol, bạn Lan đi chuyển trên bờ hồ đường tròn (minh họa bằng hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa 2 chân cầu Parabol là $AB = 30m$; đỉnh H của Parabol cách đường AB một khoảng $HK = 30m$, khoảng cách từ tâm I của đường tròn đến đường thẳng AB là $IE = 30$ và $IH = 30$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai bạn An và Lan, biết rằng đường tròn có bán kính bằng $3m$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 22: Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kỹ sư thiết kế các trụ điện cao $120m$. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, người ta kéo dây cáp nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất tại các điểm A, B, C sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm tiếp đất bằng $40\sqrt{3}m$. Tuy nhiên trong thực tế, do sườn núi dốc 10° so với mặt biển nên vị trí tiếp đất của dây cáp tại A, B', C' (BB', CC' song song thân trụ điện, tham khảo

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ hình chiếu của M lên trục Ox .

- A. $(2;0;0)$. B. $(0;2;3)$. C. $(3;0;0)$. **D. $(1;0;0)$.**

Lời giải

Tọa độ hình chiếu của M lên trục Ox là $(1;0;0)$.

Câu 2: Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 9; u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là?

- A. $u_5 = 243$. B. $u_5 = 81$. **C. $u_5 = \frac{1}{9}$.** D. $u_5 = \frac{1}{81}$.

Lời giải

Ta có công bội của cấp số nhân là $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

$$\text{Số hạng } u_5 = u_1 \cdot q^4 = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{9}.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2), B(1;0;1), C(5;-3;2)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2m$. Giá trị của m là

- A. $m = -9$. B. $m = -18$. **C. $m = 9$.** D. $m = 18$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; -3; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (4; -6; 0)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 18 = 2 \cdot 9 \Rightarrow m = 9$.

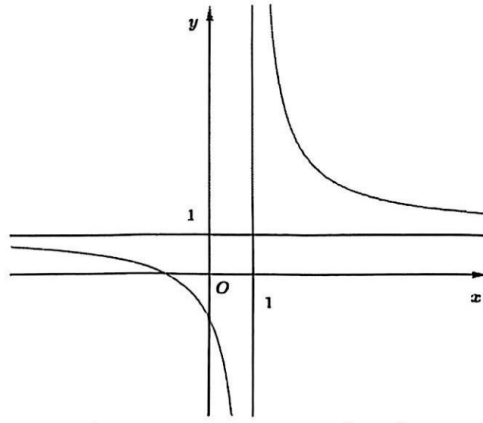
Câu 4: Cho $0 < a \neq 1$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a^2})$ là

- A. $\frac{5}{3}$.** B. $a^{\frac{5}{3}}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \log_a(a \cdot \sqrt[3]{a^2}) = \log_a(a \cdot a^{\frac{2}{3}}) = \log_a a^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{3}.$$

Câu 5: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong các hàm số được cho bởi các phương án A, B, C, D dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-2}{2x+1}$.

D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 6: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 20.

B. 21.

C. 18,1.

D. 15,25.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 3 + 12 + 15 + 24 + 2 = 56$

$\frac{3}{4} \cdot 56 = 42$, suy ra tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[18,5;21,5)$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - (3 + 12 + 15)}{24} \cdot (21,5 - 18,5) = 20.$$

Câu 7: Tập nghiệm của phương trình $\tan x = 1$ là

A. $S = \left\{ \frac{k\pi}{4} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

B. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

C. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

$$\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-3) \leq 2$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 7.

B. 9.

C. 6.

D. Vô số.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \log_3(x-3) \leq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 \leq 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 12 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 12.$$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12\}$. Có 9 số nguyên.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			20		22		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ **ngịch biến** trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(0; 1)$.

B. $(-\infty; 22)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Dựa vào BBT ta có hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên $(0; 1)$.

Câu 10: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được ghi lại bằng bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm) là

A. 0,13.

B. 0,36.

C. 3,39.

D. 11,62.

Lời giải

Ta có cỡ mẫu $n = 20$

$$\text{Giá trị trung bình } \bar{x} = \frac{3.2,85 + 6.3,15 + 5.3,45 + 4.3,75 + 2.4,05}{20} = 3,39$$

$$\text{Suy ra phương sai } s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{20} \approx 0,13.$$

Câu 11: Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$ suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = x^2(x-1)(x-2)^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = 2$

$f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm tại $x = 1$ nên hàm số có 1 cực đại tại $x = 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một hộp đựng 30 tấm thẻ khác nhau được đánh số từ 1 đến 30. Từ trong hộp đó, người ta lấy ngẫu nhiên ra một tấm thẻ.

a) Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 3 bằng $\frac{1}{3}$.

b) Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 5 bằng $\frac{1}{5}$.

c) Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho cả 3 và 5 bằng $\frac{2}{15}$.

d) Xác suất để lấy được thẻ chia hết cho 3 hoặc 5 bằng $\frac{8}{15}$.

Lời giải

a) ĐÚNG

Ta có $n(\Omega) = 30$.

Gọi A : “lấy được thẻ chia hết cho 3”. Khi đó $A = \{3; 6; 9; 12; \dots; 30\}$, suy ra $n(A) = 10$. Vậy

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{3}.$$

b) ĐÚNG

Gọi B : “lấy được thẻ chia hết cho 5”. Khi đó $B = \{5; 10; 15; 20; 25; 30\}$, suy ra $n(B) = 6$. Vậy

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5}.$$

c) SAI

Gọi C : “lấy được thẻ chia hết cho cả 3 và 5”. Khi đó $C = A \cap B = \{15; 30\}$, suy ra $n(C) = 2$.

$$\text{Vậy } P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{1}{15}$$

d) SAI

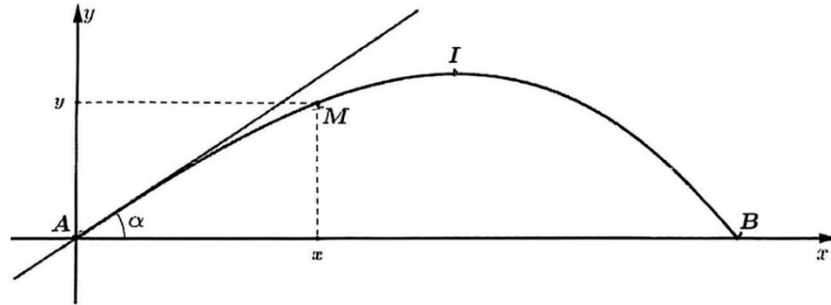
Gọi D : “lấy được thẻ chia hết cho 3 hoặc 5”. Khi đó $D = A \cup B$, suy ra

$$n(D) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 14. \text{ Vậy } P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{7}{15}.$$

Câu 2: Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị hàm số

$$y = f(x) = \frac{135x - x^2 - x^3}{200} \text{ với } x \geq 0, \text{ trong đó } x \text{ là khoảng cách theo phương ngang kể từ } A,$$

y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB . Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên trục là 10m, các kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét).



a) $AB = 111m$.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \frac{\sqrt{406} - 1}{3}$.

c) Tàu lượn đạt độ cao lớn nhất so với phương ngang AB bằng $64m$.

d) Tại thời điểm tàu lượn qua A thì chuyển động tức thời của tàu lượn tạo với phương ngang AB một góc $\alpha \approx 34^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Lời giải

a) ĐÚNG

$$\frac{135x - x^2 - x^3}{200} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-1 + \sqrt{541}}{2} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{541}}{2} \end{cases}$$

Do hoành độ điểm B dương nên $x_B = \frac{-1 + \sqrt{541}}{2}$.

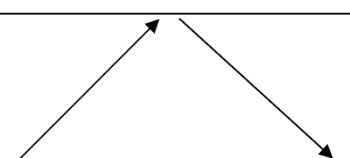
Điểm A trùng với gốc tọa độ. Độ dài $AB = 10 \cdot \frac{-1 + \sqrt{541}}{2} = -5 + 5\sqrt{541} \approx 111(m)$

b) ĐÚNG

$$f'(x) = \left(\frac{27x}{40} - \frac{x^2}{200} - \frac{x^3}{200} \right)' = \frac{27}{40} - \frac{x}{100} - \frac{3x^2}{200}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-1 + \sqrt{406}}{3} \\ x = \frac{-1 - \sqrt{406}}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{-1+\sqrt{406}}{3}$	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \frac{-1+\sqrt{406}}{3}$.

c) SAI

Độ cao lớn nhất so với phương ngang AB bằng $10 \cdot f\left(\frac{-1+\sqrt{406}}{3}\right) \approx 28 \neq 64(m)$.

d) ĐÚNG

$$f'(x) = \frac{27}{40} - \frac{x}{100} - \frac{3x^2}{200}$$

$$f'(0) = \frac{27}{40} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{27}{40} \Rightarrow \alpha \approx 34^\circ.$$

Câu 3: Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho bằng bảng sau:

Tuổi kết hôn	$[19; 22)$	$[22; 25)$	$[25; 28)$	$[28; 31)$	$[31; 34)$
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

- Số phụ nữ tham gia khảo sát của mỗi khu vực A và B là 100 người.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là 15 tuổi.
- Xét độ tuổi kết hôn trung bình thì phụ nữ ở khu vực A kết hôn sớm hơn phụ nữ ở khu vực B
- Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn.

Lời giải

a) ĐÚNG

Số phụ nữ tham gia khảo sát của khu vực A là:

$$10 + 27 + 31 + 25 + 7 = 100$$

Số phụ nữ tham gia khảo sát của khu vực B là:

$$47 + 40 + 11 + 2 = 100$$

Số phụ nữ tham gia khảo sát của mỗi khu vực A và B là 100 người.

b) SAI

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là:

$$31 - 19 = 12$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là 12 tuổi.

c) SAI

Tuổi kết hôn	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)
Giá trị đại diện	20,5	23,5	26,5	29,5	32,5
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

Độ tuổi kết hôn trung bình của phụ nữ ở khu vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{10.20,5 + 27.23,5 + 31.26,5 + 25.29,5 + 7.32,5}{100} = 26,26.$$

Độ tuổi kết hôn trung bình của phụ nữ ở khu vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{47.20,5 + 40.23,5 + 11.26,5 + 2.29,5}{100} = 22,54.$$

Độ tuổi kết hôn trung bình của phụ nữ ở khu vực A kết hôn muộn hơn độ tuổi của phụ nữ ở khu vực B.

d) ĐÚNG

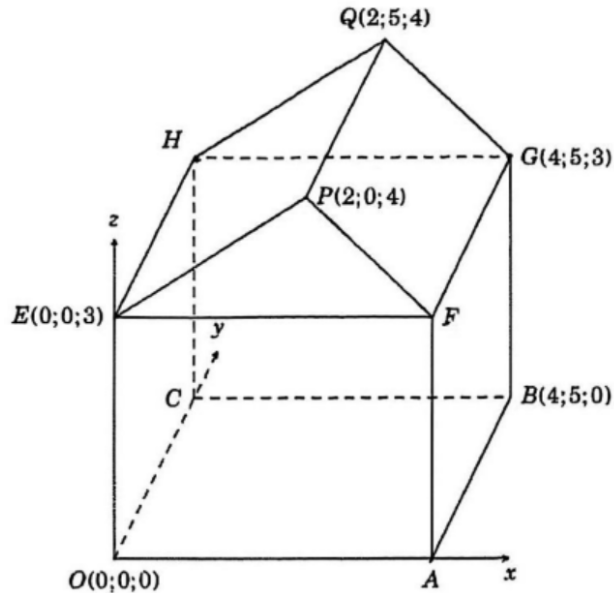
Độ lệch chuẩn

$$\begin{aligned} s_A &= \sqrt{s_A^2} \\ &= \sqrt{\frac{10.(20,5 - 26,26)^2 + 27.(23,5 - 26,26)^2 + 31.(26,5 - 26,26)^2 + 25.(29,5 - 26,26)^2 + 7.(32,5 - 26,26)^2}{100}} \\ &= \sqrt{\frac{6714}{625}} \approx 3,27756 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_B &= \sqrt{s_B^2} \\ &= \sqrt{\frac{47.(20,5 - 22,54)^2 + 40.(23,5 - 22,54)^2 + 11.(26,5 - 22,54)^2 + 2.(29,5 - 22,54)^2}{100}} \\ &\approx 2,24018 \end{aligned}$$

Có $s_B < s_A$ nên phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn phụ nữ ở khu vực A.

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ Oxyz, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



- Tọa độ của các điểm $A(5;0;0)$.
- Tọa độ của các điểm $H(0;5;3)$.
- Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng PQ , hai mặt lần lượt là $(PQGF)$ và $(PQHE)$ gọi là góc của mái nhà. Số đo của góc của mái nhà bằng $53,1^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).
- Chiều cao của ngôi nhà là 4.

Lời giải

a) SAI

Dựa vào hệ tọa độ như hình vẽ:

A là hình chiếu của $B(4;5;0)$ trên $Ox \Rightarrow A(4;0;0)$.

b) ĐÚNG

Dựa vào hệ tọa độ như hình vẽ:

C là hình chiếu của $B(4;5;0)$ trên $Oy \Rightarrow C(0;5;0)$.

Có $H \in (Ozy)$.

Mà $E(0;0;3); C(0;5;0)$ lần lượt là hình chiếu của H trên $Oz; Oy$.

$$\Rightarrow H(0;5;3).$$

c) SAI

Dựa vào hệ tọa độ như hình vẽ:

Góc phẳng nhị diện của hai mặt $(PQGF), (PQHE)$ là góc $\widehat{EPF}$.

Hay góc của hai mái nhà là góc $\widehat{EPF}$.

Mà F là hình chiếu của $G(4;5;3)$ trên $(Oxz) \Rightarrow F(4;0;3)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{PE}(-2; 0; -1) \\ \overrightarrow{PF}(2; 0; -1) \end{cases}$$

$$\text{Có } \cos \widehat{EPF} = \cos(\overrightarrow{PE}; \overrightarrow{PF}) = \frac{\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF}}{|\overrightarrow{PE}| \cdot |\overrightarrow{PF}|} = \frac{-2 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{(2)^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{-3}{5}.$$

$$\Rightarrow \widehat{EPF} \approx 126,9^\circ.$$

Vậy số đo góc của mái nhà bằng $126,9^\circ$.

d) ĐÚNG

Dựa vào hệ tọa độ như hình vẽ:

$Q(2; 5; 4)$ là điểm cao nhất của ngôi nhà tính từ nền nhà lên.

Nên chiều cao ngôi nhà chính là cao độ của điểm Q .

$$h = z_Q = 4.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1: Mô hình tứ diện $ABCD$ làm bằng khung nhôm có hai mặt (ACD) và (BCD) vuông góc nhau.

Biết $AC = AD = BC = BD = 3(dm)$, cạnh $CD = a(dm)$. Để cho đẹp người ta muốn hai mặt (ABC) và (ABD) vuông góc nhau. Hãy tính a (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

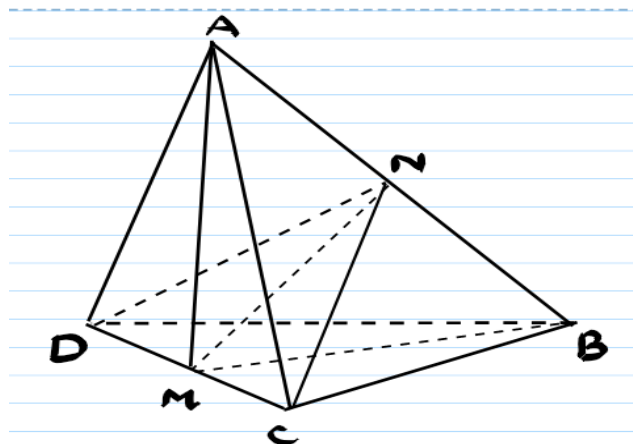
Lời giải

Đáp án: 3,46

Gọi M là trung điểm CD .

Mà $\triangle ADC$ cân tại A nên AM đường cao.

$$\begin{cases} (ACD) \perp (BCD) \\ AM \subset (ACD) \\ AM \perp DC = (ACD) \cap (BCD) \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCD) \Rightarrow AM \perp MB$$



Đặt $AB = x$.

$$\text{Ta có: } AM^2 = AD^2 - MD^2 = 9 - \frac{a^2}{4}.$$

$$BM^2 = BD^2 - MD^2 = 9 - \frac{a^2}{4}.$$

$$\text{Khi đó : } x^2 = AM^2 + MB^2 = 18 - \frac{a^2}{2} \quad (1).$$

Gọi N là trung điểm AB

$$\text{Khi đó } \begin{cases} (ABC) \cap (ABD) = AB \\ CN \perp AB \\ DN \perp AB \end{cases} \quad \text{do đó góc giữa hai mặt } (ABC) \text{ và } (ABD) \text{ là góc } \widehat{DNC}.$$

$$\text{Vì } (ABC) \perp (ABD) \Leftrightarrow \widehat{DNC} = 90^\circ \Leftrightarrow CD^2 = ND^2 + NC^2 \Leftrightarrow CD^2 = 2NC^2 \Leftrightarrow a^2 = 2NC^2 \quad (*)$$

$$\text{Khi đó } NC^2 = AC^2 - AN^2 = 9 - \frac{x^2}{4}. \text{ Thay vào } (*): \quad a^2 = 18 - \frac{x^2}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } a^2 = 12 \Rightarrow a = \sqrt{12} \approx 3,46$$

Câu 2: Lớp mẫu giáo có 10 em bé, các bé đứng thành vòng tròn và cách đều nhau, đứng ở tâm vòng tròn là cô giáo. Mỗi bé cầm 2 cờ, một xanh một đỏ trên mỗi tay. Cô giáo bảo "giơ lên cao một cờ", các bé giơ ngẫu nhiên một cờ. Gọi a là xác suất để không có 4 cờ nào cùng màu được giơ lên ở 4 vị trí mà 4 vị trí ấy là 4 đỉnh có một hình chữ nhật. Giá trị của $\frac{2200}{a}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 6400

Ký hiệu các em bé là các đỉnh của đa giác đều 10 cạnh, đánh số $1, 2, \dots, 10$ theo chiều kim đồng hồ. Các cặp đỉnh đối diện là: $(1; 6), (2; 7), (3; 8), (4; 9), (5; 10)$

Một hình chữ nhật chính là chọn hai cặp đỉnh đối diện nhau. Tổng số kết quả là $2^{10} = 1024$.

Gọi k là số cặp đối diện cùng màu. Để không có hình chữ nhật nào có 4 cờ cùng màu, cần $k \leq 2$ và với $k = 2$ thì hai cặp cùng màu khác màu nhau (một cặp đỏ-đỏ, một cặp xanh-xanh).

Với $k = 0$ có $2^5 = 32$ cách chọn các cặp khác màu.

Với $k = 1$ có $C_5^1 \cdot 2 \cdot 2^4 = 160$ cách.

Với $k = 2$ có $C_5^2 \cdot 2 \cdot 2^3 = 160$ cách.

Vậy có tất cả $32 + 160 + 160 = 352$ cách.

$$\text{Do đó } a = \frac{352}{1024} = \frac{11}{32}.$$

$$\text{Vậy } \frac{2200}{a} = \frac{200}{\frac{11}{32}} = 6400.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của (C) là đồ thị hàm số $g(x) = ax + b$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm $h(x) = \sqrt{-x(ax+b)}$. Tính giá trị $\sqrt{8} \cdot (300M - 20m)$.

Lời giải

Đáp án: 1200

$$y = f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$$

$$y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -4 \\ x = 2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Hàm số $g(x) = ax + b$ đi qua 2 điểm cực trị $A(0; -4); B(2; 0)$ thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} -4 = a \cdot 0 + b \\ 0 = a \cdot 2 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Do đó: $h(x) = \sqrt{-x(2x-4)}$. Ta tìm GTLN, GTNN của $h(x) = \sqrt{-x(2x-4)}$

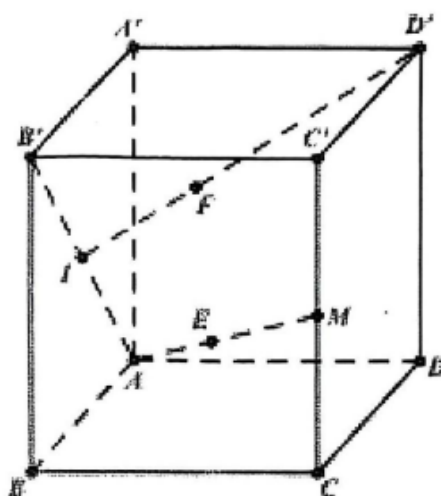
$$\text{TXĐ: } D = [0; 2]$$

$$h'(x) = \frac{-4x+4}{2\sqrt{-x(2x-4)}}; h'(x) = 0 \Rightarrow x = 1 \in (0; 2)$$

$$h(0) = 0; h(1) = \sqrt{2}; h(2) = 0 \Rightarrow M = \sqrt{2}; m = 0$$

$$\text{Vậy: } \sqrt{8} \cdot (300M - 20m) = \sqrt{8} \cdot (300 \cdot \sqrt{2} - 20 \cdot 0) = 1200.$$

Câu 4: Trong căn phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 5 m, chiều cao của phòng là 6 m, có hai con nhện đang di chuyển trên 2 dây tơ khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con nhện bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 2,57

Tọa độ hóa: Đặt trục tọa độ với gốc tọa độ là $A(0; 0; 0)$; $AB \subset Oy$; $AD \subset Ox$

$$A(0;0;0); M(5;5;3); B(0;5;0); I\left(0; \frac{5}{2}; 3\right); D(5;0;0); C(5;5;0);$$

$$A'(0;0;6); B'(0;5;6); C'(5;5;6); D'(5;0;6)$$

Rõ ràng $\min EF = d(ID', AM)$

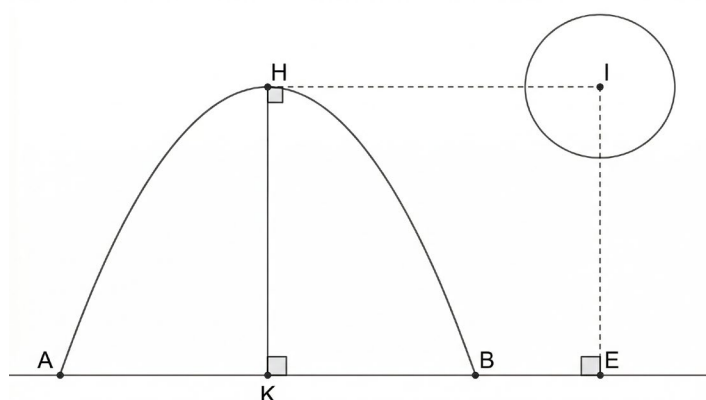
$$\text{Đường thẳng } ID' \text{ có 1 VTCP } \overrightarrow{ID'} = \left(5; -\frac{5}{2}; 3\right)$$

$$\text{Đường thẳng } AM \text{ có 1 VTCP } \overrightarrow{AM} = (5; 5; 3)$$

$$d(ID', AM) = \frac{|\overrightarrow{ID'} \cdot \overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{ID'}| \cdot |\overrightarrow{AM}|} = \frac{112,5}{\frac{15\sqrt{34}}{2}} = 2,522 \approx 2,57.$$

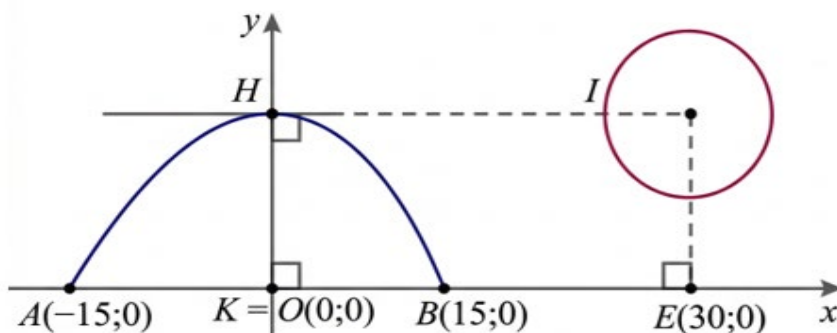
Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 con nhện bằng 2,57 m.

Câu 5: Khi dạo chơi trong một công viên bạn An đi chuyển trên cầu cong có hình Parabol, bạn Lan đi chuyển trên bờ hồ đường tròn (minh hoạ bằng hình vẽ dưới đây). Khoảng cách giữa 2 chân cầu Parabol là $AB = 30$ mét; đỉnh H của Parabol cách đường AB một khoảng $HK = 30$ mét, khoảng cách từ tâm I của đường tròn đến đường thẳng AB là $IE = 30$ và $IH = 30$. Tìm khoảng cách nhỏ nhất giữa hai bạn An và Lan, biết rằng đường tròn có bán kính bằng 3 mét (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Đáp án: 20,6



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ $K \equiv O(0;0)$, trục Ox trùng với đường thẳng AB , trục Oy trùng với đường thẳng KH . Khi đó, tọa độ các điểm là: $K(0;0)$, $H(0;30)$.

Vì $AB = 30$ và K là trung điểm AB (do tính đối xứng của Parabol), ta có $A(-15;0)$ và $B(15;0)$.

Giả sử phương trình Parabol (P) có dạng $y = ax^2 + 30$.

Vì (P) đi qua $B(15;0)$ nên: $a \cdot 15^2 + 30 = 0 \Rightarrow a = -\frac{30}{225} = -\frac{2}{15}$.

Vậy phương trình Parabol là: $y = -\frac{2}{15}x^2 + 30$ với $x \in [-15;15]$.

Xác định tọa độ tâm I : Theo đề bài $IH = 30$ và $H(0;30)$, mà $IE = 30$ (tức I có tung độ bằng 30), suy ra I nằm trên đường thẳng nằm ngang đi qua H .

Do đó $I(30;30)$. Đường tròn (C) có phương trình: $(x-30)^2 + (y-30)^2 = 3^2$.

Gọi $M(x; y) \in (P)$, ta có $M\left(x; -\frac{2}{15}x^2 + 30\right)$. Khoảng cách từ M đến tâm I là:

$$MI^2 = (x-30)^2 + \left(-\frac{2}{15}x^2 + 30 - 30\right)^2 = (x-30)^2 + \frac{4}{225}x^4.$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{4}{225}x^4 + x^2 - 60x + 900$ trên đoạn $[-15;15]$.

Đạo hàm: $f'(x) = \frac{16}{225}x^3 + 2x - 60$.

Giải phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 16x^3 + 450x - 13500 = 0$.

Sử dụng máy tính cầm tay, ta tìm được nghiệm duy nhất $x \approx 8,4613$.

Giá trị cực tiểu của MI đạt được tại $x \approx 8,4613$:

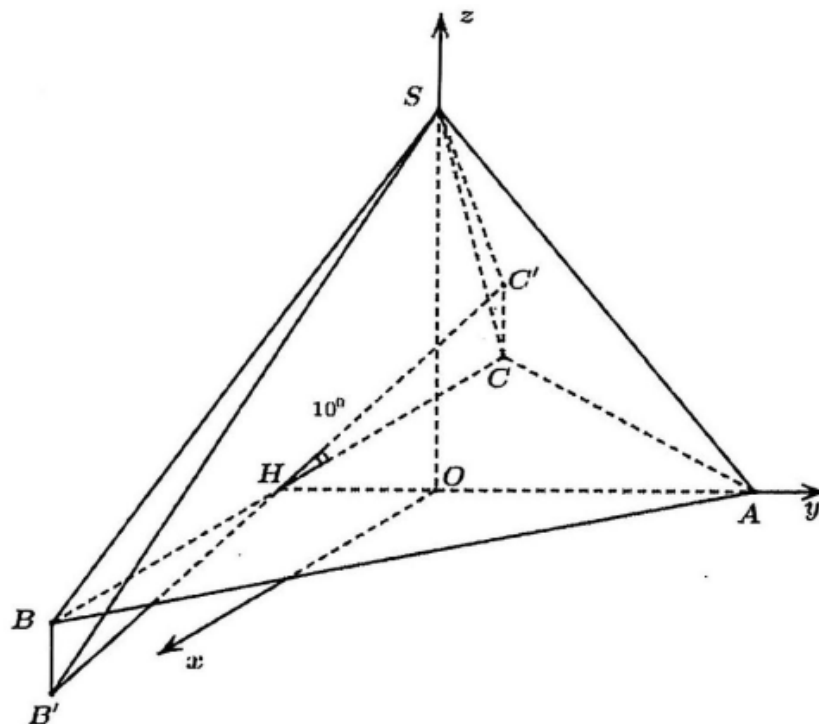
$$MI = \sqrt{f(8,4613)} \approx \sqrt{(8,4613-30)^2 + \frac{4}{225}(8,4613)^4} \approx 23,559.$$

Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai bạn là:

$$d_{\min} = MI_{\min} - R \approx 23,559 - 3 = 20,559.$$

Làm tròn đến hàng phần chục, ta được 20,6 m.

Câu 6: Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kĩ sư thiết kế các trụ điện cao 120m. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, người ta kéo dây cáp nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất tại các điểm A, B, C sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm tiếp đất bằng $40\sqrt{3}$ m. Tuy nhiên trong thực tế, do sườn núi dốc 10° so với mặt biển nên vị trí tiếp đất của dây cáp tại A', B', C' (với BB', CC' song song thân trụ điện, tham khảo hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O trùng với chân trụ điện, mặt phẳng (Oxy) song song với mặt biển, điểm A thuộc tia Oy , trục Oz hướng lên trên. Khi đó, tổng độ dài của ba dây cáp SA, SB', SC' bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị mét.)



Lời giải

Đáp án: 416m

Đặt hệ trục như đề bài, ta có: chân trụ $O(0,0,0)$ đỉnh trụ $S(0,0,120)$

Do $A, B, C \in (Oxy)$ và $OA = OB = OC = 40\sqrt{3}$ nên: $A(0; 40\sqrt{3}; 0); B(x_B, y_B, 0), C(x_C, y_C, 0)$.

Lại có: $A \in Oy$ và O là tâm tam giác $\triangle ABC$ nên B, C đối xứng nhau qua Oy hay

$$\begin{cases} x = x_B = -x_C \\ y = y_B = y_C \end{cases}$$

Áp dụng công thức tọa độ trọng tâm:

$$y_A + y_B + y_C = 3y_O \Rightarrow 2y = -40\sqrt{3} \Rightarrow y = -20\sqrt{3}$$

$$\text{Mà: } OB = 40\sqrt{3} \Rightarrow x^2 + (-20\sqrt{3})^2 = 4800 \Rightarrow x = 60 \text{ hay } B(60; -20\sqrt{3}; 0) \text{ và}$$

$$C(-60; -20\sqrt{3}; 0)$$

$$\text{Do đó: } z_{B'} = -BB' = -60 \cdot \tan 10^\circ \Rightarrow B'(60, -20\sqrt{3}; -60 \tan 10^\circ)$$

$$\text{Tương tự: } C'(-60, -20\sqrt{3}; 60 \tan 10^\circ)$$

Tính độ dài các dây cáp

$$\begin{cases} SA = \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + 120^2} \\ SB' = \sqrt{(-60)^2 + (20\sqrt{3})^2 + (120 + 60 \tan 10^\circ)^2} \\ SC' = \sqrt{(-60)^2 + (20\sqrt{3})^2 + (120 - 60 \tan 10^\circ)^2} \end{cases} \Rightarrow SA + SB' + SC' \approx 415,8949$$

Vậy tổng độ dài của ba dây cáp $SA + SB' + SC' \approx 416m$.

-----Hết-----